

MATHEMATISCHES MODELL DER VERBRENNUNG IM OTTOMOTOR

Walter Kleinschmidt
Univ.-Prof. i. R. Dr.-Ing. PD
Universität Siegen
Department Maschinenbau

Vorwort

Der vorliegende Text dokumentiert die Entwicklung eines halbempirischen mathematischen Rechenmodells der turbulenten Flammverbrennung im Ottomotor, basierend auf den Grundzügen des heutigen physikalischen Verständnisses der hier involvierten Vorgänge. Dabei werden die einzelnen Entwicklungsschritte, die von dem Werkzeug der Dimensionsanalyse ergiebigen Gebrauch machen, so beschrieben, dass die Ausführungen auch als ein Beispiel für die Anwendung der Dimensionsanalyse bei der Behandlung einer umfangreicheren technisch-physikalischen Fragestellung gesehen werden können. Für die Details des Vorgehens bei einer Dimensionsanalyse sei allerdings z. B. auf die Schrift „Dimensionsanalyse für Ingenieure“ des Verfassers verwiesen.

Mönchengladbach, 2025

W. Kleinschmidt

Inhalt

1	Einführung.....	3
2	Turbulenzzustand während der Verbrennung.....	5
3	Zeitlicher Verbrennungsablauf.....	10
	3.1 Vorbemerkungen.....	10
	3.2 Flammenentwicklungsphase.....	12
	3.3 Turbulente Hauptbrennphase.....	16
	3.4 Wandlöschphase.....	20
4	Zur Ermittlung der empirischen Gleichungsparameter.....	22
5	Anhang.....	26

1 EINFÜHRUNG

Die als PKW-Antrieb weithin bekannten Ottomotoren sind durch ihre besondere Laufruhe und durch mäßige Bauteilbelastungen gekennzeichnet. Diese positiven Eigenschaften gründen sich auf einem für diese Motoren typischen Brennverfahren, bei dem ein homogenes Kraftstoff-Luft-Abgas-Gemisch durch eine den Brennraum durchlaufende Flammzone sukzessiv in Verbrennungsgas umgewandelt wird (siehe **Bild 1.1**). Da das Frischgemisch turbulent bewegt ist, handelt es sich hier um eine *instationäre turbulente Vormischflamme*, die in jedem Arbeitszyklus eines Motors zu einem festgelegten Zeitpunkt durch eine Zündkerze gestartet wird. Wenn das vorhandene Frischgas vollständig durch die bewegte Flammzone erfasst und umgesetzt wird, spricht man auch von einer *regulären Verbrennung*.

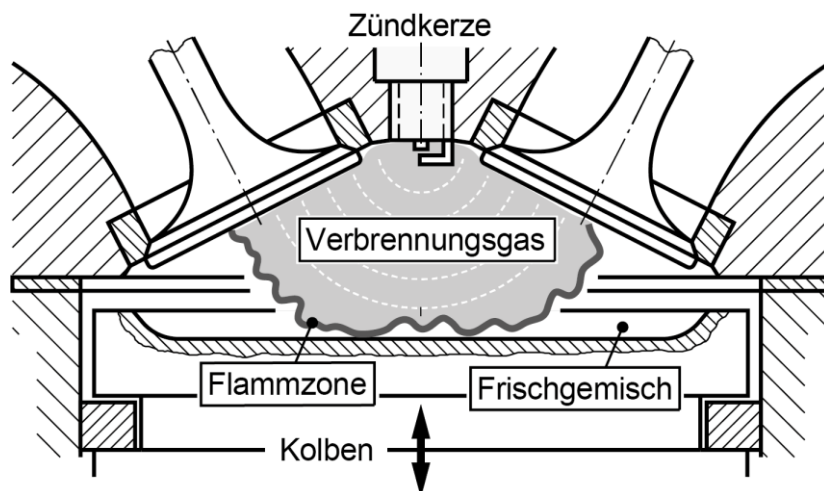


Bild 1.1: Flammverbrennung im Ottomotor

Der vorliegende Text zielt auf die Entwicklung eines halbempirischen mathematischen Modells, mit dem der Ablauf der Verbrennung während eines Viertaktarbeitszyklus rechnerisch verfolgt werden kann. Dabei wird die bekannte Zweizonenvorstellung verwendet (vergl. **Bild 1.1**), die den Brennraum gedanklich durch eine als dünn angesehene Flamme in zwei homogene Zonen unterteilt, d. h. in eine Verbrennungsgas- und in eine Frischgemischzone. Der Zusatz „halbempirisch“ besagt, dass die mathematischen Gleichungen des Verbrennungsmodells zunächst unbekannte Koeffizienten und Exponenten enthalten, die empirisch, d. h. durch den Vergleich mit Versuchsergebnissen ermittelt werden müssen.

Der für das Vorgehen unverzichtbare physikalische Wissenshintergrund ist durch die Grundzüge der heutigen theoretischen Vorstellungen zur Verbrennung im Ottomotor gegeben, die an den erforderlichen Stellen in gestraffter Weise diskutiert werden. Auf der Basis der dabei aufgezeigten qualitativen Zusammenhänge zwischen wichtigen Einflussgrößen des Problems wird sodann das vorstehend bezeichnete Verbrennungsmodell entwickelt, wobei vorteilhaft und geradezu unverzichtbar von dem Hilfsmittel der *Dimensionsanalyse* Gebrauch gemacht wird. Die zusammen mit den erhaltenen mathematischen Formelansätzen mitgeteilten empirischen Parameter sind das Ergebnis der systematischen Anpassung von mit Hilfe des Verbrennungsmodells berechneten Zylinderdruckverläufen über dem

Kurbelwinkel an gemessene Verläufe, die in jeweils mehreren Betriebspunkten an einem Zweiventil- und an einem Vierventil-Serienottomotor mit Saugrohreinspritzung aufgenommen wurden.

2 TURBULENZZUSTAND WÄHREND DER VERBRENNUNG

Verursacht durch den Ansaugvorgang entwickelt sich im Arbeitsraum eines Motors eine turbulente Innenströmung, die für den späteren Verbrennungsablauf und den sich einstellenden Zylinderdruckverlauf über dem Kurbelwinkel von entscheidender Bedeutung ist. Die dabei wichtigen Vorgänge und Einflussgrößen sind Gegenstand dieses Kapitels, das der Behandlung der Verbrennung selbst vorangestellt sei.

Beim Abgang des Kolbens entsteht zunächst ein wirbliches Strömungsfeld (s. Skizze in **Bild 2.1**), in dem große energiereiche Wirbelstrukturen dominieren, die noch den Einfluss der Einlassgeometrie erkennen lassen. Gegen Einströmende und in der anschließenden Verdichtungs- und Verbrennungsphase zerfallen dann die großen Wirbel in immer kleinere in Richtung auf ein annähernd isotropes Wirbelfeld (s. Skizze in **Bild 2.2**). Dabei dissipiert die kinetische Energie mit fortschreitender Zeit in innere Energie. Weil die Dissipation vorwiegend über die kleinen isotropen Wirbel erfolgt, hängt die Zeitspanne bis zum vollständigen Wirbelzerfall neben der kinetischen Energie der Anfangswirbel auch noch von der Größe derselben ab. Große energiereiche Anfangswirbel haben eine zeitliche Dehnung des Wirbelzerfalls und damit höhere Werte der turbulenten kinetischen Energie während der Verbrennung zur Folge.

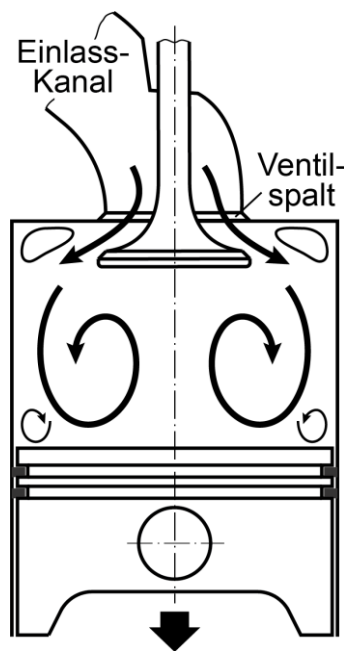


Bild 2.1: Zur Turbulenzerzeugung im Ansaugtakt eines Viertaktzyklus

Durch eine geeignete konstruktive Auslegung der Einlassorgane eines Motors lassen sich die Struktur und die Energie der Anfangswirbel beeinflussen und damit auch die des späteren Turbulenzfeldes während der Verbrennung. Einlasskanäle, die beim Ansaugen das Frischgas im Wesentlichen in Richtung der Pleuellbewegung in den Arbeitsraum einbringen (sogenannte Füllkanäle), führen zu eher weniger energiereichen kleineren Anfangswirbeln, die relativ rasch abklingen und

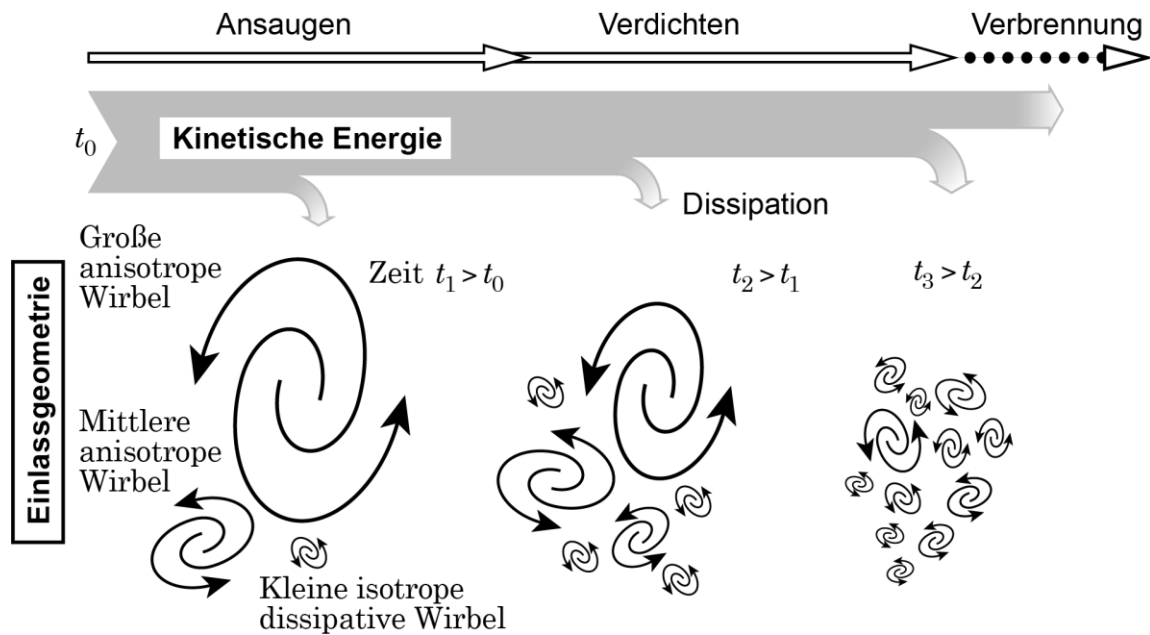


Bild 2.2: Zeitlicher Wirbelzerfall im Viertaktzyklus (schematisch)

dissipieren. Demgegenüber lassen sich mit sogenannten Tumble- bzw. Dralleinlasskanälen (vergl. **Bild 2.3**) größere energiereiche Anfangswirbel erzeugen, die erst später im Prozessverlauf weitgehend zerfallen und dissipieren.

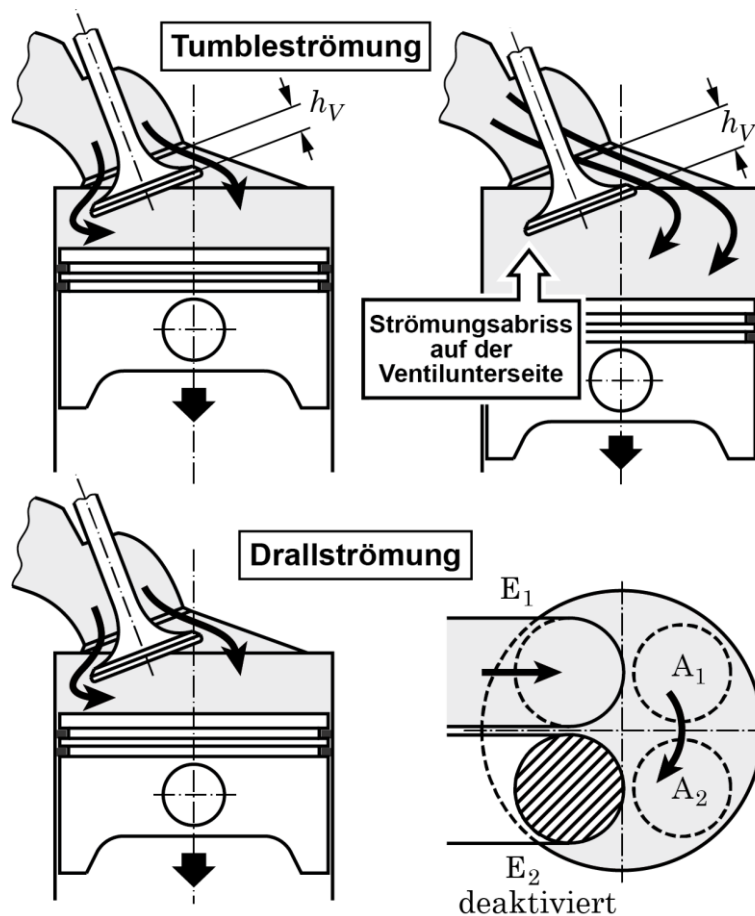


Bild 2.3: Einlassströmungen bei Ottomotoren

Ein charakteristisches Merkmal der turbulenten Innenströmung in Verbrennungsmotoren besteht darin, dass sie infolge von zufälligen Geschwindigkeitsstörungen in der Ansaugströmung über aufeinanderfolgende Arbeitszyklen hinweg nicht reproduzierbar ist. Dieser Sachverhalt äußert sich an einem in Betrieb befindlichen Motor dadurch, dass die Verläufe des Kraftstoffumsatzes und damit auch die des Zylinderdruckes über dem Kurbelwinkel von Zyklus zu Zyklus zufällige Variationen aufweisen. Man spricht hier von Zyklus- oder Arbeitsspielvariationen.

Der momentane Zustand des Turbulenzfeldes lässt sich vereinfacht durch die Angabe eines Turbulenzgrades $v' = \sqrt{2e}$ (e ist die massebezogene turbulente Schwankungsenergie) und eines turbulenten Längenmaßes l_t (charakteristische Abmessung der vorliegenden Wirbelelemente) beschreiben. Beide Größen sind generell räumlich und zeitlich veränderlich.

Hinsichtlich der Erfassung des Turbulenzeinflusses während der Verbrennung wird im Folgenden weiter vereinfachend angenommen, dass der Turbulenzzustand *über die Verbrennungsphase hinweg* näherungsweise durch zeitlich-örtliche Mittelwerte $\bar{v}'$ und $\bar{l}_t$ der Turbulenzintensität bzw. des charakteristischen turbulenten Längenmaßes beschrieben werden kann. Beide Größen sind von Zyklus zu Zyklus mit zufälligen Variationen behaftet, die als Hauptursache für die vorher bemerkten Zyklusvariationen anzusehen sind.

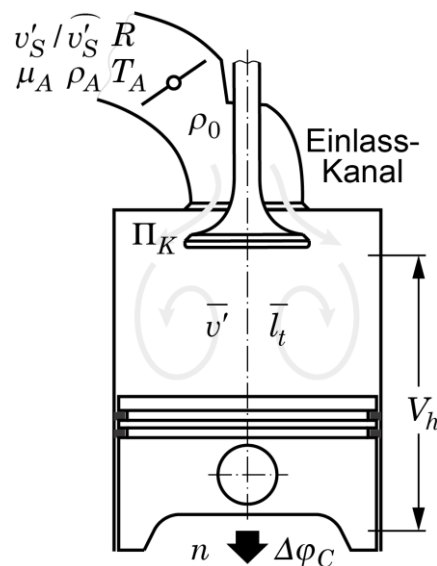


Bild 2.4: Einflussgrößen auf die mittleren Turbulenzgrößen $\bar{v}'$, $\bar{l}_t$ während der Verbrennung

In **Bild 2.4** sind die für die mittleren Turbulenzgrößen während der Verbrennung als wesentlich zu erachtenden Einflussgrößen eingetragen. Damit sollte gelten

$$\frac{\bar{v}'}{\bar{l}_t} = f_1 \left(V_h, n, \rho_A, T_A, R, \mu_A, \rho_0 / \rho_A, v'_S / \bar{v}'_S, \Delta\varphi_C, \Pi_K \right) . \quad (2.-1)$$

V_h Zylinderhubvolumen
 n Motordrehzahl

ρ_A	Zeitlich mittlere Dichte vor Drosselklappe
T_A	Zeitlich mittlere Temperatur vor Drosselklappe
R	Spezielle Gaskonstante des Ansaugmediums
μ_A	Dynamische Viskosität des Ansaugmediums bei T_A
ρ_0	Zeitlich mittlere Dichte vor Einlassventil (Der Quotient ρ_0 / ρ_A ist ein Maß für die Stellung der Drosselklappe)
v'_S	Zufällig veränderliche Stärke von Anfangsstörungen im Ansaugmedium (von gleicher Dimension wie $\bar{v}'$)
$\overline{v'_S}$	Ensemblemittelwert von v'_S über eine große Anzahl von Arbeitszyklen
$\Delta\varphi_C$	Schwerpunktlage der Verbrennung relativ zum oberen Kolbentotpunkt.
Π_K	Gesamtheit der dimensionslosen Längenverhältnisse $l_i / V_h^{1/3}$, $i=1, \dots, k$, die neben V_h die konstruktive Ausführung des Ansaugsystems und des Arbeitsraums beschreiben.

Zur Erfassung des Zufallseinflusses wurde in der vorstehenden Einflussgrößenliste von der Vorstellung ausgegangen, dass das dem Motor über das Ansaugsystem zuströmende Frischgas ständig zeitlich und örtlich regellos verteilte Geschwindigkeitsstörungen enthält. Dann kann der von einem einzelnen Zylinder pro Zyklus angesaugten Gasmenge überlegungsgemäß eine mittlere Störintensität v'_S zugeschrieben werden, die von Zyklus zu Zyklus zufällig veränderlich ist und von der zu erwarten ist, dass sie die Ausbildung des Turbulenzfeldes im Arbeitsraum maßgeblich beeinflusst. Für den Eintrag in die Einflussgrößenliste (2.-1) wurde diese Größe auf ihren Ensemblemittelwert $\overline{v'_S}$ bezogen, so dass ein Arbeitszyklus mit mittlerer Störintensität durch $v'_S / \overline{v'_S} = 1,0$ und Zyklusvariationen durch Abweichungen von diesem Wert gekennzeichnet sind. Zur Verbindung mit dem Experiment sei hier angenommen, dass ein Arbeitszyklus mit mittlerer Störintensität einem Zyklus mit mittlerem Druckverlauf gleichgesetzt werden kann. Letzterer kann in der Praxis als Ensemblemittel $\overline{p(\varphi)} = \sum p_i(\varphi) / n$, ($i=1, \dots, n$) aus einer größeren Anzahl von Zylinderdruckverläufen bestimmt werden oder man wählt aus diesen Verläufen denjenigen *realen* Verlauf aus, dessen Spitzendruck dem mittleren Spitzendruck aller Verläufe am nächsten kommt. Der Unterschied zwischen beiden Verfahrensweisen ist häufig vernachlässigbar.

Die Schwerpunktlage der Verbrennung relativ zum oberen Kolbentotpunkt, die nach Möglichkeit verbrauchsoptimal eingestellt wird, ändert sich mit dem Betriebspunkt eines Motors. Im Folgenden bleibt aber dieser Umstand unberücksichtigt, d. h. $\Delta\varphi_C$ wird als dimensionslose annähernd konstante Größe aus der Einflussgrößenliste (2.-1) gestrichen.

Hinsichtlich der Aufstellung von dimensionstheoretisch korrekten Formelansätzen für die Einflussgrößenzusammenhänge in Gleichung (2.-1) ist zweckmäßig zunächst eine Dimensionsanalyse in einem $\{M$ (Masse), L (Länge), T (Zeit), θ (Temperatur) $\}$ - System durchzuführen, wonach unter Berücksichtigung der experimentellen Erfahrung im Laufe des Vorhabens die kürzeren Zusammenhänge

$$\frac{\bar{v}' / \sqrt{RT_A}}{\bar{l}_t / V_h^{1/3}} = F_1 \left(\frac{\rho_A V_h^{2/3} n}{\mu_A}, \frac{V_h^{1/3} n}{\sqrt{RT_A}}, \frac{\rho_0}{\rho_A}, \frac{v'_S}{v_S}, \Pi_K \right) \quad (2.-2)$$

zwischen dimensionslosen Gruppen der Einflussgrößen erhalten wurden. Als Funktionsansatz zwischen diesen Dimensionslosen wurde gefunden:

$$\frac{\bar{v}'}{\sqrt{RT_A}} = C_{T1}(\Pi_K) \frac{\rho_A V_h^{2/3} n}{\mu_A} \left(1 + C_{T2}(\Pi_K) \frac{V_h^{1/3} n}{\sqrt{RT_A}} \right) \left(\frac{\rho_0}{\rho_A} \right)^{x_1} \left(\frac{v'_S}{v_S} \right)^{x_2} \quad (2.-3)$$

Motor	C_{T1}	C_{T2}	x_1	x_2
2V	0,715E-6	0	0	0,67
4V	0,700E-6	29	0	0,67

In Bezug auf den Koeffizienten C_{T2} zeigt sich hier ein augenfälliger Unterschied zwischen den beiden Versuchsmotoren, was darauf hindeutet, dass die Wirkung des Tumble-Einlasskanals des Vierventilmotors insbesondere über die Dimensionslose $V_h^{1/3} n / \sqrt{RT_A}$ zum Ausdruck kommt. Für die Stellung der Drosselklappe, gekennzeichnet durch den Dichtequotient ρ_0 / ρ_A , konnte kein signifikanter Einfluss auf die Turbulenzgenerierung festgestellt werden. Da bei der Anpassung der Gleichung an Versuchsdatenmaterial mittlere Zylinderdruckverläufe verwendet wurden, ist die Dimensionslose v'_S / v_S gleich Eins.

Hinsichtlich des dimensionslosen mittleren turbulenten Längenmaßes $\bar{l}_t / V_h^{1/3}$ war es im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen nicht möglich, einen Funktionsansatz zu ermitteln. Für die folgenden Ausführungen wurde die grobe Setzung

$$\frac{\bar{l}_t}{V_h^{1/3}} \approx F(\Pi_K, \dots) \quad (2.-4)$$

eingeführt, die allein auf eine Abhängigkeit von der dimensionslos beschriebenen Geometrie abstellt. Damit wird $\bar{l}_t / V_h^{1/3}$ für einen bestimmten Motor zu einer empirischen Konstanten.

3 ZEITLICHER VERBRENNUNGSABLAUF

3.1 Vorbemerkungen

In der Motorentechnik beschreibt man den Verlauf der durch die Verbrennung umgesetzten Kraftstoffmasse über dem Kurbelwinkel durch eine sogenannte **Brennfunktion**

$$x_B(\varphi) = \frac{m_B(\varphi)}{m_{B0}} = \frac{\text{Masse des bis zum Kurbelwinkel } \varphi \text{ verbrannten Kraftstoffes}}{\text{Masse des insgesamt pro Zyklus zu verbrennenden Kraftstoffes}} \quad (3.-1)$$

bzw. durch eine **energetische Brennfunktion**

$$y_B(\varphi) = \frac{\Delta U_R(\varphi)}{\Delta U_{R0}} = \frac{\text{Energie des bis zum Kurbelwinkel } \varphi \text{ verbrannten Kraftstoffes}}{\text{Energie des insgesamt pro Zyklus zu verbrennenden Kraftstoffes}} \quad (3.-2)$$

Von der engeren Umgebung eines Luftverhältnisses von Eins abgesehen sind beide Verläufe annähernd deckungsgleich. Neben $x_B(\varphi)$ und $y_B(\varphi)$ finden auch noch die Ableitungen dieser beiden Funktionen Verwendung: der **Brennverlauf** $dx_B(\varphi)/d\varphi$ und der **energetische Brennverlauf** $dy_B(\varphi)/d\varphi$.

Beide Funktionen und ihre Ableitungen können durch eine thermodynamische Auswertung von messtechnisch an einem Motor aufgenommenen Zylinderdruckverläufen $p(\varphi)$ berechnet werden. Auf diese Weise lassen sich nähere Aufschlüsse über den Brennprozess in einem Motor erlangen, die nicht direkt aus dem Zylinderdruckverlauf abzulesen sind.

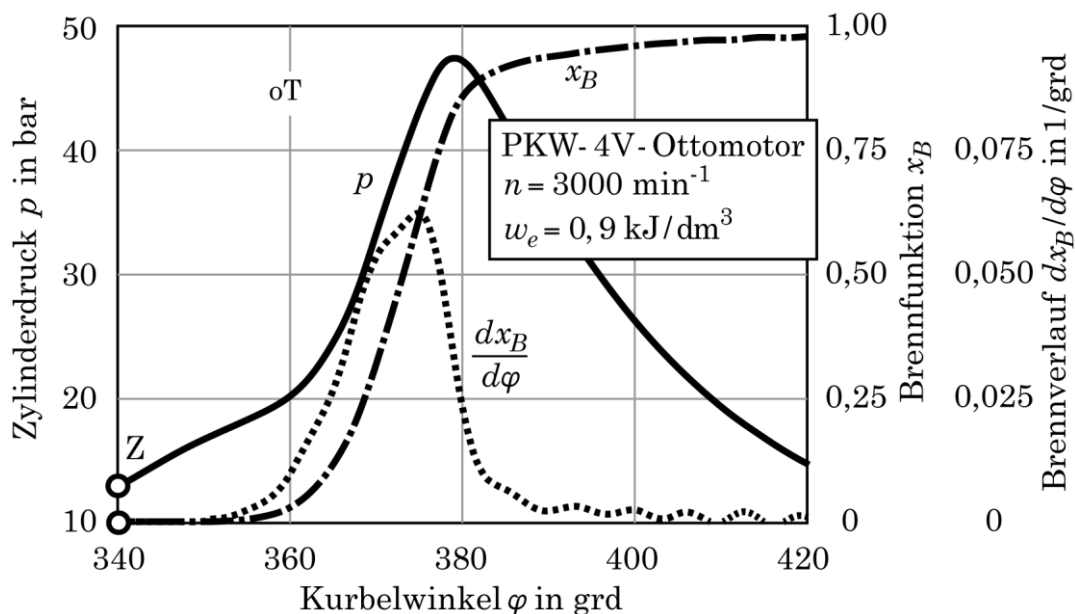


Bild 3.1: Zylinderdruckverlauf mit zugehörigen Verläufen der Brennfunktion und des Brennverlaufes (Z: Zündwinkel)

In **Bild 3.1** ist beispielhaft ein Zylinderdruckverlauf zusammen mit den hierzu ermittelten Verläufen der Brennfunktion und des Brennverlaufes für einen Motorbetriebspunkt bei Volllast und mittlerer Drehzahl dargestellt. Aus den Graphen ist zu ersehen, dass die Kraftstoffumsatzrate über einen Arbeitszyklus hinweg sehr starken Änderungen unterworfen ist. Dieses für die motorische Verbrennung typische Verhalten ist auf drei unterschiedliche Brennphasen zurückzuführen, d. h. auf eine Flammenentwicklungs-, eine turbulente Haupt- und eine Wandlöschphase.

Die anschließenden Kapitel behandeln die in diesen Brennphasen ablaufenden physikalischen Vorgänge. Begleitend werden **Formelansätze** für den Brennverlauf $dx_B(\varphi)/d\varphi$ entwickelt, die zusammen ein halbempirisches mathematisches Modell für den zeitlichen Ablauf der motorischen Verbrennung bilden. Mit Hilfe dieses Modells – implementiert in ein Motorprozessprogramm – kann der Brennverlauf und damit auch der Zylinderdruckverlauf zu den Daten eines projektierten oder auch nur vorgestellten Motors in interessierenden Betriebspunkten berechnet werden.

Es sei noch bemerkt, dass die mitgeteilten halbempirischen Funktionsansätze nicht immer in einem Zug allein aus physikalischen Überlegungen heraus entstanden sind; vielmehr sind im Verlauf der Arbeiten zur Anpassung der enthaltenen empirischen Koeffizienten und Exponenten an gemessene Druckverläufe und daraus abgeleitete Brennverläufe (s. **Kap. 4**) wiederholt Korrekturen der Funktionsansätze an sich eingeflossen.

Beim Ottomotor geht es um die formelmäßige Beschreibung des Kraftstoffumsatzes durch die im *Brennraum des Motors fortschreitende Flamme*. Dabei gilt für einen differentiellen Flammenfortschritt

$$\frac{dm_B}{dt} = w_B \frac{dm_I}{dt} = w_B \rho_I A_B S_B. \quad (3.-3)$$

m_B	Kraftstoffmasse
m_I	Frischgasmasse
w_B	Massenanteil des Kraftstoffes im Frischgas
ρ_I	Dichte des Frischgases
A_B	Brennfläche, senkrecht zu der die Flamme fortschreitet
S_B	Brenngeschwindigkeit der Flamme relativ zum Frischgas
t	Zeit

Unter Einführung der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi n$ (n ist die Motordrehzahl) und des Kurbelwinkels φ sowie unter Division mit der insgesamt pro Zyklus umzusetzenden Kraftstoffmasse m_{B0} wird dann allgemein für den Brennverlauf

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{m_B}{m_{B0}} \right) = \frac{dx_B}{d\varphi} = \frac{1}{2\pi n} \frac{w_B \rho_I A_B S_B}{m_{B0}}. \quad (3.-4)$$

Im Folgenden geht es um Ausformulierungen dieser Gleichung, die den Besonderheiten der verschiedenen Brennphasen Rechnung tragen.

3.2 Flammenentwicklungsphase

Am Anfang der Flammenentwicklungsphase steht die Zündung durch einen Zündfunken, der zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen den Elektroden einer Zündkerze erzeugt wird (s. **Bild 3.2**). Im Elektrodenbereich befindliches Frischgas wird mit der lokalen Gasgeschwindigkeit durch den Zündfunken hindurchgedrückt und wegen der dort herrschenden sehr hohen Temperatur abrupt entzündet.

Die Masse m_Z des so entstehenden Flammenkerns, der die Verbrennung einleitet, ist mitbestimmend für die Dauer der Flammenentwicklungsphase. Hier kommen die folgenden Einflussgrößen in Betracht:

$$m_Z = f(\rho_I v_Z, l_Z, \Delta t_Z, \Pi_K) \quad (3.-5)$$

$\rho_I v_Z$	Massenstromdichte (Produkt aus Dichte und mittlerer Geschwindigkeit an der Zündkerze während der Funkendauer)
l_Z	Charakteristischer Elektrodenabstand
Δt_Z	Funkendauer
Π_K	Dimensionslose Geometrieparameter der Zündkerze l_i/l_Z , ($i=1,\dots,k$)

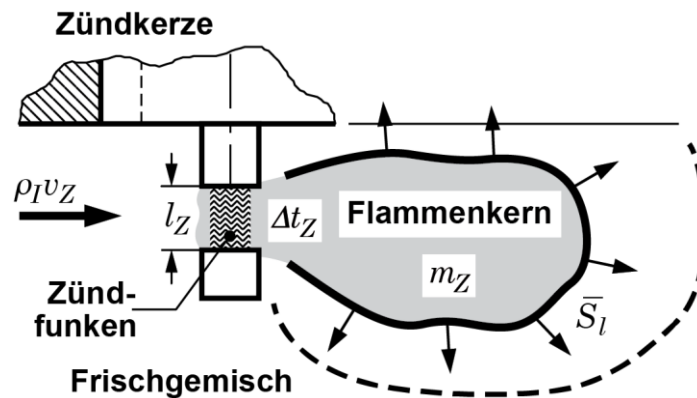


Bild 3.2: Verbrennungseinleitung durch Zündfunken

Durch eine Dimensionsanalyse im $\{M(\text{Masse}), L(\text{Länge}), T(\text{Zeit})\}$ -System kann auf

$$\frac{m_Z}{\rho_I v_Z \Delta t_Z l_Z^2} = F(\Pi_K) \quad (3.-6)$$

verkürzt werden. Für eine gegebene Zündkerze wird der Funktionsausdruck auf der rechten Seite zu einer Konstanten.

$$\frac{m_Z}{\rho_I v_Z \Delta t_Z l_Z^2} = C_Z \quad (3.-7)$$

Die Geschwindigkeit v_Z ist wegen der in aufeinander folgenden Arbeitszyklen nicht reproduzierbaren Geschwindigkeitsverhältnisse an der Zündkerze Zyklusvariationen unterworfen. Sie sollte aber mit der weiter vorn eingeführten mittleren Turbulenzintensität $\bar{v}'$ zusammenhängen derart, dass in Zyklen mit großer Turbulenzintensität hohe Werte v_Z wahrscheinlicher sind als in Zyklen mit niedriger Turbulenzintensität. Hier wird gesetzt

$$v_Z = \alpha_Z \bar{v}', \quad (3.-8)$$

worin α_Z ein von Zyklus zu Zyklus zufällig um den Mittelwert Eins veränderlicher Zahlenfaktor ist. Dabei wird der Wert Eins dem Zyklus mit mittlerer Störintensität zugeordnet. Hiernach ist v_Z von zwei Zufallsgrößen abhängig, von v'_S / v'_S (s. Gleichung (2.-3)) und von α_Z .

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die an der Zündkerze realisierte Funkendauer Δt_Z nicht nur von der Ausführung der Zündkerze, sondern auch noch von der Zeitspanne abhängig ist, die vor einer Zündung für die Energiespeicherung in der Zündanlage zur Verfügung steht. Mit zunehmender Motordrehzahl nimmt diese Zeitspanne ab, und damit auch die für die jeweils anstehende Zündung verfügbare Zündenergie. Letzteres muss sich verkürzend auf die Funkendauer auswirken. Deshalb wird hier der plausibel erscheinende Gleichungsansatz

$$\frac{\Delta t_Z}{\Delta t_{Z0}} = \left(\frac{n}{n_0} \right)^{x_{ZA}} \quad (3.-9)$$

eingeführt, der für negative Werte x_{ZA} einen Abfall der Funkendauer über der Drehzahl beschreibt. Hierin ist die Funkendauer Δt_{Z0} (genommen bei einer Referenzdrehzahl n_0) eine empirische Konstante der Zündanlage. Durch Einsetzen der Gleichungen (3.-8) und (3.-9) geht Gleichung (3.-7) über in

$$m_Z = \underbrace{C_Z \Delta t_{Z0} l_Z^2}_{C_{ZA}} \alpha_Z \bar{v}' \rho_I \left(\frac{n}{n_0} \right)^{x_{ZA}}, \quad (3.-10)$$

worin die zusammengesetzte Konstante C_{ZA} ihrer Definition entsprechend dimensionsbehaftet ist ($[C_{ZA}] = TL^2$).

Hiermit wurde für den Anfangswert der Brennfunktion am Beginn der Flammenentwicklungsphase erhalten

$$x_{BZ} = w_B \frac{m_Z}{m_{B0}} = w_B \frac{C_{ZA} \alpha_Z \bar{v}' \rho_I}{m_{B0}} \left(\frac{n}{n_0} \right)^{x_{ZA}}. \quad (3.-11)$$

Motor	C_{ZA}	x_{ZA}	n_0
2V	2,8E-8 sm ²	-0,4	1000 1/min
4V	4,5E-8 sm ²	-1,0	1000 1/min

Dabei bezeichnet w_B den Massenanteil des Kraftstoffes im Frischgas. Die empirischen Parameter C_{ZA} und x_{ZA} hängen von der Zündkerzengeometrie und von der verwendeten Zündanlage ab. Für einen gegebenen Motor stellen sie Konstanten dar. Die für die beiden Versuchsmotoren sehr unterschiedlichen Zahlenwerte sind darauf zurückzuführen, dass hier eine Labor- bzw. eine Serienzündanlage verwendet wurden.

Der heiße Flammenkern führt nach kurzer Anlaufzeit zur Entwicklung einer wärmestrom- und diffusionsgetriebenen laminaren Flamme, die sich in die umgebenden Wirbelelemente hinein ausbreitet. Unter den für die Verbrennung in Ottomotoren häufig gegebenen Bedingungen (hohe Drücke, Luftverhältnis $\lambda_V \approx 1$) ist die

Dicke δ_L dieser Flamme um ein bis zwei Größenordnungen kleiner als die charakteristischen Abmessungen $\bar{l}_t$ dieser Wirbelelemente. Deswegen bleibt die innere Struktur der Flamme von denselben unberührt. Die Flammenoberfläche, auf der die Verbrennung fortschreitet erfährt allerdings durch die Interaktion mit den bewegten Wirbelelementen eine mit der Zeit zunehmende Deformation und dadurch auch eine Vergrößerung, die zu der durch den größer werdenden Verbrennungsgasbereich hinzutritt. In der hier behandelten Flammenentwicklungsphase ist dieser Einfluss aber noch moderat und bleibt deshalb unberücksichtigt.

Die über die Oberfläche der laminaren Flamme gemittelte Ausbreitungsgeschwindigkeit $\bar{S}_l$ wird wegen der starken Flammenkrümmung merklich durch Streckungseffekte beeinflusst. Im Anfangsstadium ist außerdem der Energieeintrag durch den Zündfunken von Bedeutung. Weil aber diese komplizierten Zusammenhänge für den hier verfolgten Zweck nicht berücksichtigt werden können, wird im Folgenden die Geschwindigkeit $\bar{S}_l$ durch die relativ gut in Abhängigkeit von Druck und Temperatur bekannte ebene laminare Brenngeschwindigkeit S_L von Kraftstoff/Luft-Gemischen ersetzt. Mit dieser Näherung gilt für den momentanen Kraftstoffumsatz durch die im Brennraum des Motors fortschreitende laminare Flamme

$$\frac{dm_B}{dt} = w_B \frac{dm_I}{dt} = w_B \rho_I A_B S_L. \quad (3.-12)$$

m_B	Kraftstoffmasse
m_I	Frischgasmasse
w_B	Massenanteil des Kraftstoffes im Frischgas
ρ_I	Dichte des Frischgases
A_B	Brennfläche, senkrecht zu der die Flamme fortschreitet
S_L	Brenngeschwindigkeit der <u>ebenen</u> laminaren Flamme
t	Zeit

Für die Brennfläche A_B gilt allgemein ein rein geometrischer Zusammenhang

$$A_B = f(V_{II}, l_i) \quad i=1, \dots, k \quad (3.-13)$$

V_{II}	Volumen des Verbrennungsgasbereiches hinter der Flamme
l_i	Längen, die die Form der Flammenoberfläche im Raum beschreiben

Durch eine Dimensionsanalyse im $\{L\}$ -System erhält man

$$\frac{A_B}{V_{II}^{2/3}} = F\left(\frac{l_i}{V_{II}^{1/3}}\right) \quad i=1, \dots, k. \quad (3.-14)$$

Bei der Dimensionslosen auf der linken Seite, die hier als *bezogene Brennfläche* bezeichnet werden soll, handelt es sich um eine charakteristische Geometriekenngröße, die für geometrisch ähnliche Flammenflächen konstant ist.

Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Form der Flammenoberfläche während der Flammenentwicklungsphase durch eine Halbkugelschale mit Mittelpunkt an der Zündkerze approximiert werden kann (gedankliche Weiterentwicklung der gestrichelten Kontur in **Bild 3.2**), gilt für die bezogene Brennfläche

$$\left(\frac{A_B}{V_{II}^{2/3}} \right)_{\cup} = 3,838. \quad (3.-15)$$

Mit dieser Beziehung kann in Gleichung (3.-12) die Brennfläche über das Verbrennungsgasvolumen ausgedrückt werden, das in engem Zusammenhang mit der umgesetzten Kraftstoffmasse steht. Hiernach und unter Einführung der Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\varphi/dt = 2\pi n$ (n ist die Motordrehzahl) sowie unter Division mit der insgesamt pro Zyklus umzusetzenden Kraftstoffmasse m_{B0} kann Gleichung (3.-12) umgeschrieben werden in den gesuchten Brennverlauf,

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{m_B}{m_{B0}} \right) = \frac{dx_B}{d\varphi} = \frac{1}{2\pi n} \frac{w_B \rho_I V_{II}^{2/3} S_L}{m_{B0}} \cdot 3,838 \quad x_B > x_{BZ}. \quad (3.-16)$$

Offensichtlich sind aufgrund der anfänglich sehr kleinen Verbrennungsgasvolumina in der Flammenentwicklungsphase nur sehr geringe Kraftstoffumsatzraten möglich, so dass die Brennfunktion x_B nur geringfügig gegenüber ihrem durch den Zündfunken gesetzten Anfangswert ansteigt. In einem gemessenen Zylinderdruckverlauf ist diese Phase noch gar nicht erkennbar. Deshalb spricht man hier auch häufig von einer Brennverzugsphase.

Die Flammenentwicklungsphase kommt zum Abschluss, wenn die mit dem Fortschritt der Verbrennung größer werdende Oberfläche A_B der laminaren Flamme infolge der dann erweiterten Interaktionsmöglichkeit mit vorausliegenden Wirbelelementen immer stärker deformiert wird, so dass sie nicht mehr hinreichend durch eine Halbkugelschale approximiert werden kann. Diese Situation dürfte erreicht sein, wenn eine charakteristische Abmessung des Verbrennungsgasbereiches im Verhältnis zum mittleren Längenmaß der Wirbelelemente einen gewissen Grenzwert überschreitet,

$$\frac{V_{II}^{1/3}}{l_t} > G'_{LT}. \quad (3.-17)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.-4) wird dann

$$\frac{V_{II}}{V_h} > G_{LT}. \quad (3.-18)$$

Motor 2V + 4V	$G_{LT} = 0,95E-3$
---------------	--------------------

In Worten: Wenn das bezogene Verbrennungsgasvolumen V_{II}/V_h einen Grenzwert G_{LT} überschreitet, geht die Flammenentwicklungsphase über in die turbulente Hauptbrennphase. Durch diese scharfe Übergangsbedingung kann der reale fließende Übergang natürlich nur näherungsweise erfasst werden.

3.3 Turbulente Hauptbrennphase

Mit zunehmender Größe des Verbrennungsgasbereiches erfährt die zu Beginn der Hauptbrennphase nur relativ leicht deformierte Flammenoberfläche wegen der umfänglicher werdenden Interaktion mit den vorausliegenden Wirbelelementen eine immer stärkere Auffaltung (siehe Skizze in **Bild 3.3**), was auch zu einer Zertrennung in Teilflammen führen kann. Dies hat eine beträchtliche Vergrößerung der Oberfläche A_B zur Folge, auf der die lokal nach wie vor laminare Flamme fortschreitet, was mit einem entsprechend starken Anstieg der Kraftstoffumsatzrate über dem Kurbelwinkel verbunden ist.

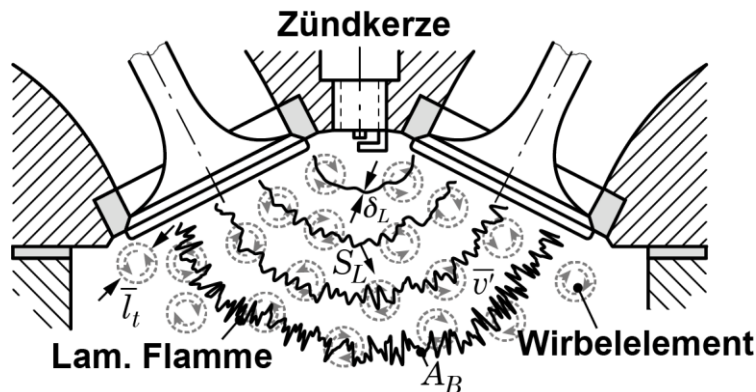


Bild 3.3: Turbulente Flammenausbreitung im Ottomotor

Im Hinblick auf die Formulierung einer Gleichung für den Brennverlauf $dx_B/d\varphi$ kann auf die im vorhergehenden Kapitel für die Flammenentwicklungsphase aufgestellte Gleichung (3.-16) zurückgegriffen werden. Dabei muss jedoch die bezogene Brennfläche, die gemäß Gleichung (3.-15) in der Flammenentwicklungsphase als konstant anzusehen war, jetzt durch einen Gleichungsansatz ersetzt werden, der der zunehmend auffaltenden Flamme, die sich in einem wegen der Kolbenbewegung veränderlichen Arbeitsraum ausbreitet, Rechnung trägt. Hierzu wird zunächst die bezogene Brennfläche der gefalteten Flamme in zwei Faktoren gesplittet,

$$\frac{A_B}{V_H^{2/3}} = \frac{A_{ref}}{V_H^{2/3}} \cdot \frac{A_B}{A_{ref}}. \quad (3.-19)$$

Die neu eingeführte Größe A_{ref} ist die Fläche eines durch die Arbeitsraumwandungen begrenzten Kugelschalenausschnittes (Mittelpunkt an der Zündkerze), der die Oberfläche der *glattgedachten* Flamme approximiert, mit der Zusatzbedingung, dass das eingeschlossene Volumen gleich dem Verbrennungsgasvolumen V_H hinter der Flamme ist. Diese Fläche dient hier als *Referenzfläche* gegen die die Oberfläche A_B der gefalteten laminaren Flamme gemessen werden kann.

Der erste Faktor in Gleichung (3.-19) stellt somit eine rein durch Geometrieparameter festgelegte *bezogene Referenzfläche* dar. Der zweite Faktor, der als *Flammenfaltung* bezeichnet wird, bezieht die Brennfläche der gefalteten Flamme auf die (glatte) Referenzfläche und ist somit eine Maßzahl, deren Abweichung von Eins das Ausmaß der Faltung der Flamme kennzeichnet. Im Folgenden werden für beide Faktoren Gleichungsansätze formuliert.

- Für die **bezogene Referenzfläche** gilt der rein geometrische Zusammenhang,

$$\frac{A_{ref}}{V_{II}^{2/3}} = f(V_{II}, V, V_c, D, l_i/D). \quad (3.-20)$$

V_{II}	Verbrennungsgasvolumen hinter der Flamme (während der Verbrennung veränderlich)
V	Arbeitsraumvolumen (während der Verbrennung veränderlich)
V_c	Kompressionsvolumen
D	Bohrungsdurchmesser
l_i/D	Dimensionslose Längenverhältnisse zur Beschreibung der Brennraumgeometrie inkl. Kolbenboden ($i = 1, \dots, k$)

Durch eine Dimensionsanalyse im $\{L\}$ -System kann Gleichung (3.-20) auf den dimensionslosen Zusammenhang

$$\frac{A_{ref}}{V_{II}^{2/3}} = F\left(\frac{V_{II}}{V}, \frac{V}{V_c}, \frac{D^3}{V_c}, \frac{l_i}{D}\right) \quad (3.-21)$$

verdichtet werden. Die erste Dimensionslose in der Argumentklammer ist ein Maß für den zeitlichen Fortschritt der Verbrennung und die zweite eines für den während der Verbrennung veränderlichen Arbeitsraum. Die beiden hinteren sind dimensionslose Konstruktionsparameter. Der Zusammenhang nach Gleichung (3.-21) kann auf der Basis der Brennraum- und Kolbenzeichnungen eines Motors mit einem CAD-Programm oder mit Hilfe des im Anhang angegebenen Näherungsverfahrens berechnet werden.

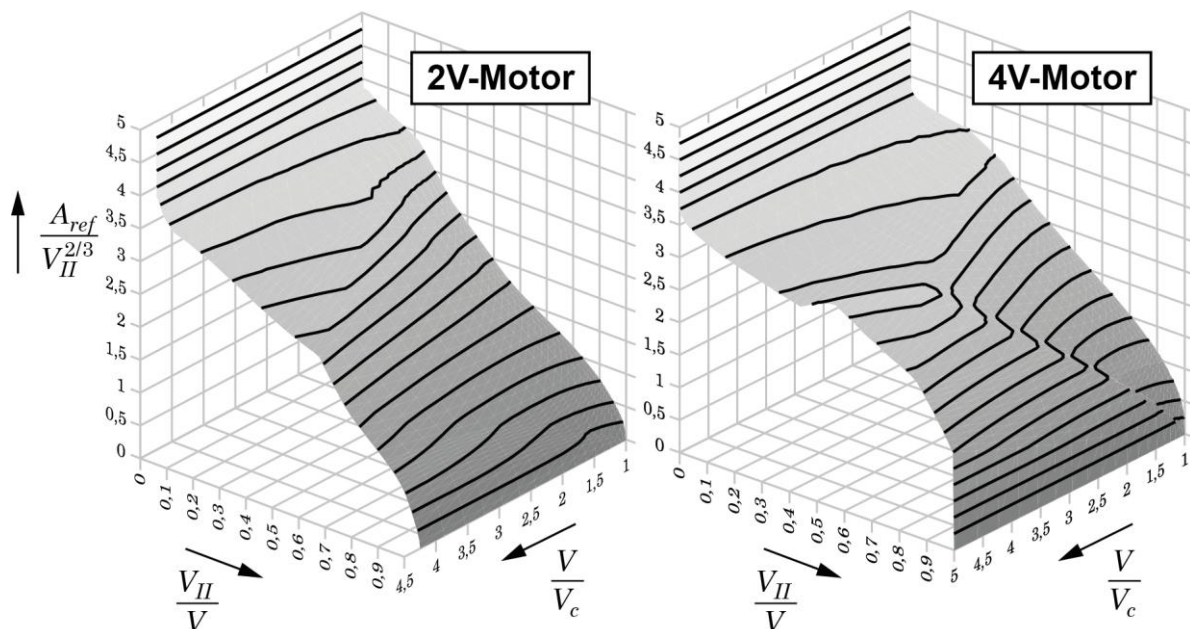


Bild 3.4: Rechnerische Auswertung von Gleichung (3.-22) für die Brennraum/Kolben-Geometrien der verwendeten Versuchsmotoren

Bild 3.4 zeigt die graphischen Darstellungen des verkürzten Zusammenhanges

$$\frac{A_{ref}}{V_{II}^{2/3}} = F\left(\frac{V_{II}}{V}, \frac{V}{V_c}\right) \quad (3.-22)$$

für die hier verwendeten Versuchsmotoren (d. h. für feste Konstruktionsparameter).

Ein Vergleich der beiden Darstellungen lässt die Wirkung der zentralen Zündkerzenlage des Vierventilmotors gut erkennen: Während der Verbrennung werden merklich größere Werte der bezogenen Referenzfläche durchlaufen als bei dem Zweiventilmotor mit seitlicher Kerzenlage. Dies ist neben Turbulenzeffekten eine der Ursachen für die bekanntlich schnellere Verbrennung im Vierventilmotor.

• Die **Flammenfaltung**, der zweite Faktor in Gleichung (3.-19), wird durch Turbulenzwirkung verursacht. Deshalb kommen als Einflussgrößen die kennzeichnenden Größen des Turbulenzfeldes und die der laminaren Flamme in Betracht. Zusätzlich muss die Zeit als Einflussgröße berücksichtigt werden, weil, wie in **Bild 3.3** skizziert, die Auffaltung der laminaren Flamme mit dem zeitlichen Fortschritt der Verbrennung zunimmt. Somit kann formuliert werden:

$$\frac{A_B}{A_{Bref}} = f(\bar{v}', \bar{l}_t, S_L, \delta_L, \Delta t). \quad (3.-23)$$

$\bar{v}'$	Zeitlich-örtlich mittlere Turbulenzintensität während der Verbrennung
$\bar{l}_t$	Zeitlich-örtlich mittleres charakteristisches Längenmaß der Wirbelelemente während der Verbrennung
S_L	Laminare Brenngeschwindigkeit
δ_L	Laminare Flammendicke
Δt	Zeitspanne seit Beginn der turbulenten Hauptbrennphase

Das Ergebnis einer Dimensionsanalyse im $\{L, T\}$ - System lässt sich vorteilhaft in der Form

$$\frac{A_B}{A_{ref}} = F\left(\frac{\bar{v}'\Delta t}{\delta_L}, \frac{\bar{v}'}{S_L}, \frac{\bar{l}_t}{\delta_L}\right) \quad (3.-24)$$

darstellen, in der das turbulente Längenmaß $\bar{l}$ nur in der Dimensionslosen $\bar{l}_t/\delta_L$ vorkommt. Wie im vorhergehenden Kapitel bemerkt, ist unter motorischen Bedingungen $\bar{l}_t \gg \delta_L$. Demzufolge weist die Dimensionslose $\bar{l}_t/\delta_L$ konstant sehr große Werte auf, so dass graduelle Änderungen von $\bar{l}$ kaum ins Gewicht fallen. Dies bedeutet, dass das turbulente Längenmaß $\bar{l}$ in Bezug auf die Flammenfaltung problemirrelevant sein dürfte, womit in Gleichung (3.-24) die Abhängigkeit von $\bar{l}_t/\delta_L$ gestrichen werden kann. Hierdurch wird die Aufstellung eines Funktionsansatzes für die Flammenfaltung erheblich vereinfacht.

Die Problemirrelevanz von $\bar{l}$ erscheint auch aus der folgenden einfachen Überlegung heraus plausibel: Große Wirbelelemente werden größere Deformationen der laminaren Flamme verursachen als kleine Wirbelelemente. Wenn man nun einmal annimmt, dass die erzeugten gefalteten Oberflächenstrukturen in beiden Fällen in erster Näherung geometrisch ähnlich sind, sollten die Faltungen in etwa übereinstimmen. Dieser Sachverhalt wird durch die Skizze in **Bild 3.5** verdeutlicht.

Aus Gründen einer möglichst einfachen Darstellung sind dabei Flächen durch Linien repräsentiert.

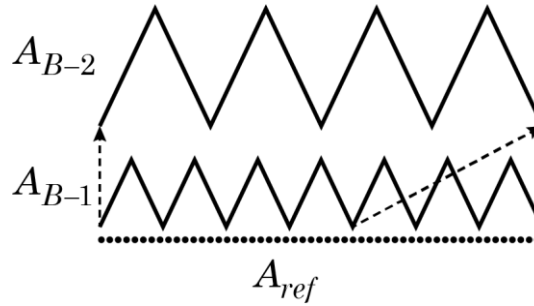


Bild 3.5: Geometrisch ähnliche gefaltete Oberflächenstrukturen haben gleiche Faltung ($A_{B-2}/A_{ref} = A_{B-1}/A_{ref}$)

Mit den nach der Streichung von $\bar{l}_t/\delta_L$ in der Argumentklammer von Gleichung (3.-24) verbliebenen Dimensionslosen wird als Funktionsansatz für die Flammenfaltung formuliert:

$$\frac{A_B}{A_{ref}} = 1 + C_{F1} \left(\frac{\bar{v}'}{S_L} \right)^{x_F} \left[1 - \exp \left(-C_{F2} \frac{\bar{v}' \Delta t}{\delta_L} \right) \right], \quad (3.-25)$$

worin die Zeitspanne auch über $\Delta t = \Delta \varphi / 2\pi n$ ausgedrückt werden kann.

Dieser Ansatz erfüllt zwei plausible Randbedingungen: *Erstens*) Für kleine Zeiten Δt , zu denen die Brennfläche noch kaum von Turbulenzeffekten beeinflusst ist, liegt die Faltung in der Nähe von Eins, entsprechend dem Wert am Ende der Flammenentwicklungsphase. *Zweitens*) Für sehr große Zeiten Δt geht die Faltung gegen den Ausdruck

$$\frac{A_B}{A_{ref}} = 1 + C_{F1} \left(\frac{\bar{v}'}{S_L} \right)^{x_F}, \quad (3.-26)$$

mit dem sich erfahrungsgemäß die Faltung von stationären turbulenten Flammen recht gut beschreiben lässt. Dabei sind der Koeffizient C_{F1} und der Exponent x_F von der verwendeten Kraftstoff / Oxidator-Paarung abhängig.

Der Ansatz nach Gleichung (3.-25) beschreibt somit die zeitliche Entwicklung einer auffaltenden Brennfläche in Richtung auf einen Endwert. Das heißt allerdings nicht, dass dieser Endwert in der für die motorische Verbrennung zur Verfügung stehenden Zeitspanne auch erreicht werden muss.

Anmerkung: Der gedankliche Kraftstoffumsatz auf der glatten Referenzfläche A_{ref} muss mit dem auf der Oberfläche A_B der gefalteten Flamme übereinstimmen. Deshalb kann über

$$S_T = \frac{A_B}{A_{ref}} S_L, \quad (3.-27)$$

eine *turbulente Brenngeschwindigkeit* S_T definiert werden, mit der sich die Referenzfläche relativ zum Frischgas bewegt.

Mit den vorstehend für die bezogene Referenzfläche und die Flammenfaltung entwickelten Gleichungen (3.-21) bzw. (3.-25), eingesetzt in Gleichung (3.-19), ist die

bezogene Brennfläche $A_B / V_{II}^{2/3}$ der aufgefalteten laminaren Flamme beschrieben. Mit der Letzteren kann nun die im vorhergehenden Kapitel für den Brennverlauf in der Flammenentwicklungsphase gefundene Gleichung (3.-16) umgeschrieben werden in den Brennverlauf für die turbulente Hauptphase der Verbrennung,

$$\frac{dx_B}{d\varphi} = \frac{w_B \rho_I V_{II}^{2/3} S_L}{2\pi n m_{B0}} \left\{ 1 + C_{F1} \left(\frac{\bar{v}'}{S_L} \right)^{x_F} \left[1 - \exp \left(- \frac{C_{F2}}{2\pi} \frac{\bar{v}' \Delta \varphi}{n \delta_L} \right) \right] \right\} \left(\frac{A_{ref}}{V_{II}^{2/3}} \right)_{(\Pi_G)} \quad (3.-28)$$

mit $\Pi_G = \frac{V_{II}}{V}, \frac{V}{V_c}, \frac{D^3}{V_c}, \frac{l_i}{D}.$

Motor	C_{F1}	C_{F2}	x_F
2V + 4V	4,0	1000	0,785

3.4 Wandlöschphase

Sobald die freie Ausbreitung der turbulenten Flammzone durch Wandkontakt unterbrochen wird (vergl. **Bild 3.6**), beginnt die Phase der Flammenlöschung, in der die Verbrennung zum Abschluss kommt.

Für den Fortschritt der Verbrennung verbleiben dann nur noch die immer kleiner werdenden Brennflächen innerhalb der Frischgasaschen in den Wandkontaktzonen, die mit der laminaren Brenngeschwindigkeit S_L ausbrennen und dabei immer kleiner und weniger werden. Dieses Geschehen äußert sich in einem zunehmend degressiven Anstieg der Brennfunktion x_B in Richtung auf ihren Endwert Eins.

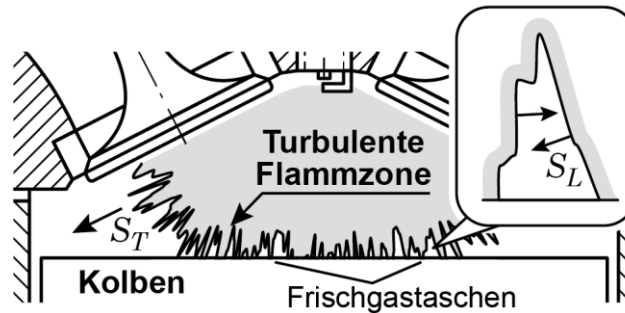


Bild 3.6: Beginn der Flammenlöschung im Ottomotor

Zur schematisierten Behandlung des an sich fließenden Übergangs von der turbulenten Hauptbrennphase zur Wandlöschphase (vergl. **Bild 3.6**) wird angenommen, dass der Verbrennungsumsatz in anfänglichen Wandbrennzonen gegenüber dem Umsatz in der noch vorhandenen bewegten Flammzone vernachlässigt werden kann. Für den *Beginn der Wandlöschphase* wird dann ein Volumenanteil $(V_I / V)_W$ des Frischgases so definiert, dass nach dessen *Unterschreiten* der Umsatz in den Frischgasaschen der Wandausbrennzonen dominant wird.

Es ist plausibel, dass dieser Volumenanteil eine Abhängigkeit von der Flammenfaltung am Ende der Hauptbrennphase aufweisen muss. Da die Faltung aber dann gemäß Gleichung (3.-26) nur noch von der Dimensionslosen $\bar{v}' / S_L$ abhängt, wird

für den Volumenanteil des Frischgases zu Beginn der Wandlöschphase der folgende Funktionsansatz aufgestellt:

$$\left(\frac{V_{I0}}{V}\right)_W = C_W \left(\frac{\bar{v}'}{S_L}\right)^{x_W} \quad (3.-29)$$

Motor	C_W	x_W
2V	0,9E-2	0,65
4V	3,8E-2	0,65

Für die **bezogene Brennfäche in den Frischgastaschen** (jetzt mit V_I gebildet) wird die Einflussgrößenliste

$$\frac{A_B}{V_I^{2/3}} = f(A_{B0}, V_{I0}, S_L, \Delta t) \quad (3.-30)$$

formuliert. A_B und V_I , bzw. A_{B0} und V_{I0} bezeichnen die Gesamtbrennfäche in den Frischgastaschen bzw. das gesamte Frischgasvolumen dieser Taschen während bzw. zu Beginn der Wandlöschphase.

Durch eine Dimensionsanalyse im $\{L, T\}$ -System kann die vorstehende Liste auf den dimensionslosen Zusammenhang

$$\frac{A_B}{V_I^{2/3}} = F\left(\frac{A_{B0}}{V_{I0}^{2/3}}, \frac{S_L \Delta t}{V_{I0}^{1/3}}\right) \quad (3.-31)$$

verkürzt werden. Für diesen Zusammenhang hat sich der Funktionsansatz

$$\frac{A_B}{V_I^{2/3}} = \frac{A_{B0}}{V_{I0}^{2/3}} - \left(\frac{A_{B0}}{V_{I0}^{2/3}} - 4,84\right) \left[1 - \exp\left(-C_{WL} \frac{S_L \Delta t}{V_{I0}^{1/3}}\right)\right] \quad (3.-32)$$

bewährt, der die hier zu fordernden Randbedingungen erfüllt: Für $\Delta t = 0$ ist $A_B / V_I^{2/3} = A_{B0} / V_{I0}^{2/3}$ und für große Zeiten geht $A_B / V_I^{2/3}$ gegen den Wert 4,84 für eine einzelne Kugel (repräsentativ für die letzte Frischgastasche), der nicht unterschritten werden kann.

Hiernach kann die für den Brennverlauf in der Flammenentwicklungsphase gefundene Gleichung (3.-16) für die Wandlöschphase umgeschrieben werden in:

$$\frac{dx_B}{d\varphi} = \frac{w_B \rho_I V_I^{2/3} S_L}{2\pi n m_{B0}} \left\{ \frac{A_{B0}}{V_{I0}^{2/3}} - \left(\frac{A_{B0}}{V_{I0}^{2/3}} - 4,84\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{C_{WL} S_L \Delta \varphi}{2\pi n V_{I0}^{1/3}}\right)\right] \right\} \quad (3.-33)$$

Motor 2V und 4V	$C_{WL} = 45$
-------------------------------	---------------

4 ZUR ERMITTLUNG DER EMPIRISCHEN GLEICHUNGSPARAMETER

In der Motorentchnik werden zur Berechnung des *vollständigen Arbeitsprozesses* von Ottomotoren Motorprozessprogramme verwendet, die Aussagen zum Leistungs-, Verbrauchs- und Schadstoffemissionsverhaltens eines Motors liefern sowie zu verschiedenen interessierenden Prozessgrößen. Das für die Berechnung erforderliche ausgewählte Verbrennungsmodell wird in diesen Programmen über geeignet strukturierte Unterprogramme implementiert.

Auf ebendiese Weise wurde mit dem im vorstehenden Kapitel entwickelten Verbrennungsmodell verfahren. Hiernach war es möglich, mit den für einen gegebenen Motor geschätzten bzw. angenommenen Werten der empirischen Parameter Brenn- und Druckverläufe über dem Kurbelwinkel zu berechnen. Diese zunächst sehr groben rechnerischen Verläufe wurden dann durch Variation der Parameter an gemessene Verläufe angepasst, die durch Druckverlaufsaufnahme und begleitende thermodynamische Auswertung an zwei Versuchsmotoren (siehe untere Tabelle) in jeweils mehreren Motorbetriebspunkten erhalten wurden.

Zweiventil-Vierzylindermotor 2,3 L seitliche Zündkerzenlage, Füll-Einlasskanal		Vierventil-Vierzylindermotor 2,2 L zentrale Zündkerzenlage, Tumble-Einlasskanal	
Bohrung	$D = 96 \text{ mm}$	Bohrung	$D = 89,9 \text{ mm}$
Hub	$s = 80,25 \text{ mm}$	Hub	$s = 86,6 \text{ mm}$
Zylinderhubvolumen	$V_h = 0,581 \text{ dm}^3$	Zylinderhubvolumen	$V_h = 0,547 \text{ dm}^3$
Motorhubvolumen	$V_H = 2,324 \text{ dm}^3$	Motorhubvolumen	$V_H = 2,199 \text{ dm}^3$
Verdichtungsverhältnis	$\varepsilon = 8,85$	Verdichtungsverhältnis	$\varepsilon = 10,0$
Schubstangenverhältnis	$r/l = 0,2767$	Schubstangenverhältnis	$r/l = 0,2906$
Schränkungsverhältnis	$a/l = -0,0055$	Schränkungsverhältnis	$a/l = 0$
Bezogene Kolbenoberfläche	$A_K / (D^2 \pi / 4) = 1,04$	Bezogene Kolbenoberfläche	$A_K / (D^2 \pi / 4) = 1,02$
Bez. Zylinderkopfoberfläche	$A_Z / (D^2 \pi / 4) = 1,29$	Bez. Zylinderkopfoberfläche	$A_Z / (D^2 \pi / 4) = 1,16$
Einlassventildurchmesser	$d_{EV} = 46 \text{ mm}$	Einlassventildurchmesser	$d_{EV} = 35 \text{ mm}$
Auslassventildurchmesser	$d_{AV} = 39 \text{ mm}$	Auslassventildurchmesser	$d_{AV} = 31 \text{ mm}$

Geometriedaten der verwendeten Versuchsmotoren

Aus der Diagrammtafel in **Bild 4.1** ist zu ersehen, dass sich die empirischen Parameter des entwickelten Verbrennungsmodells für beide Versuchsmotoren so abstimmen ließen, dass eine zufriedenstellende rechnerische Annäherung an die gemessenen Brenn- und Druckverläufe über dem Kurbelwinkel erreicht wurde.

In **Bild 4.2** sind die Verläufe der Flammenfaltungen über dem Kurbelwinkel zu den Last-Drehzahl Eckpunkten in **Bild 4.1** dargestellt. Hierin kommt der verbrennungsbeschleunigende Einfluss des Tumble-Einlasskanals des Vierventilmotors gut zum Ausdruck. Die Dauer der in den Verläufen erkennbaren Flammenentwicklungsphase (Faltung ungefähr gleich Eins) liegt zwischen 3 und 12° KW ; die Brennfunktion am Ende dieser Phase beträgt je nach Last und Drehzahl $0,16$ bis $0,22 \%$.

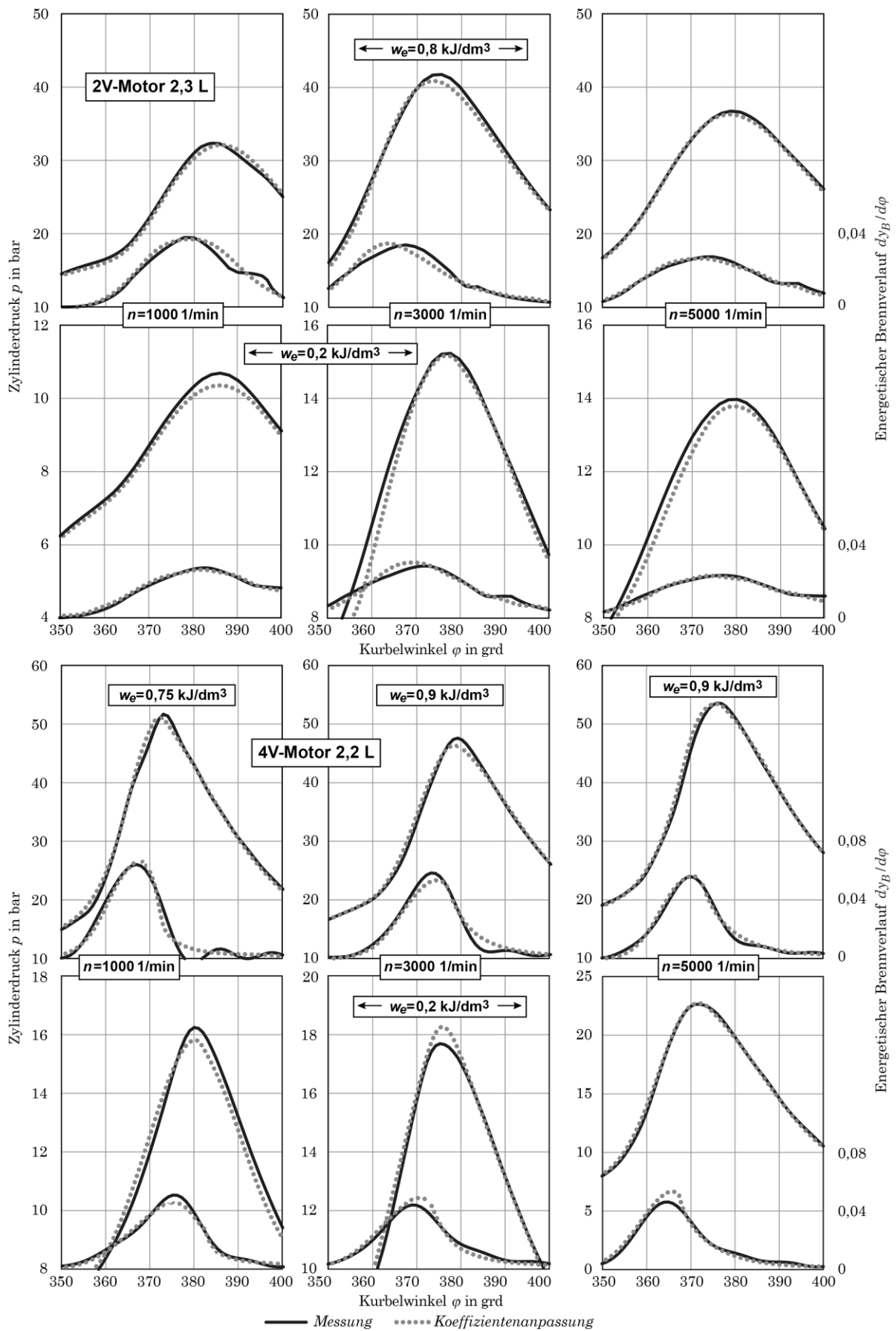


Bild 4.1: Zum Vergleich Messung – Koeffizientenanpassung

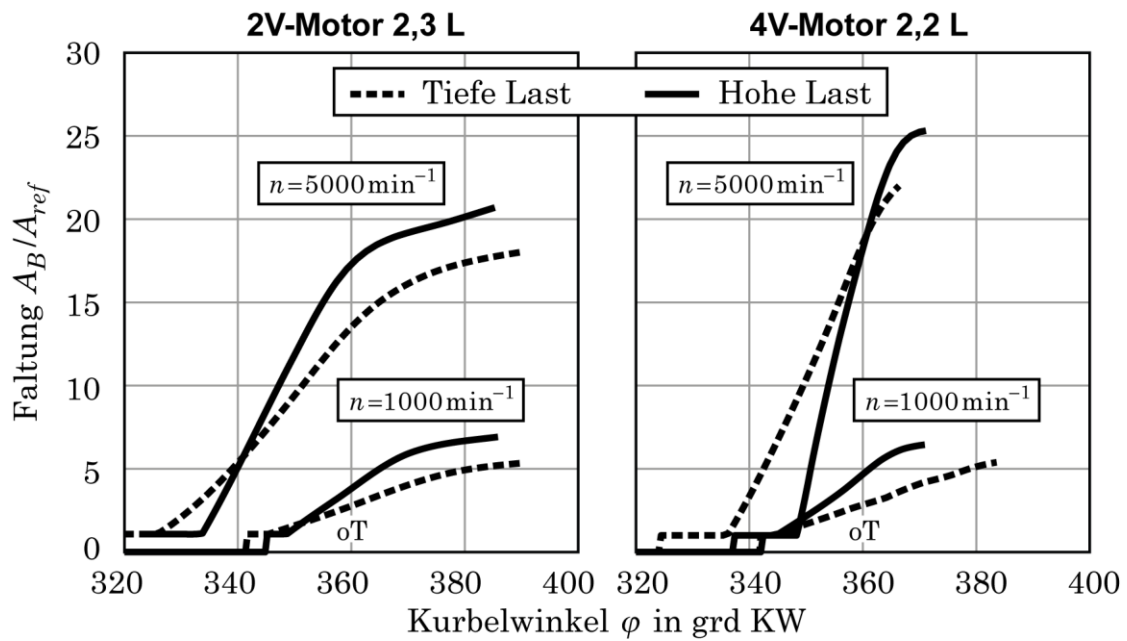


Bild 4.2: Faltung zu den Last-Drehzahl Eckpunkten in **Bild 4.1**

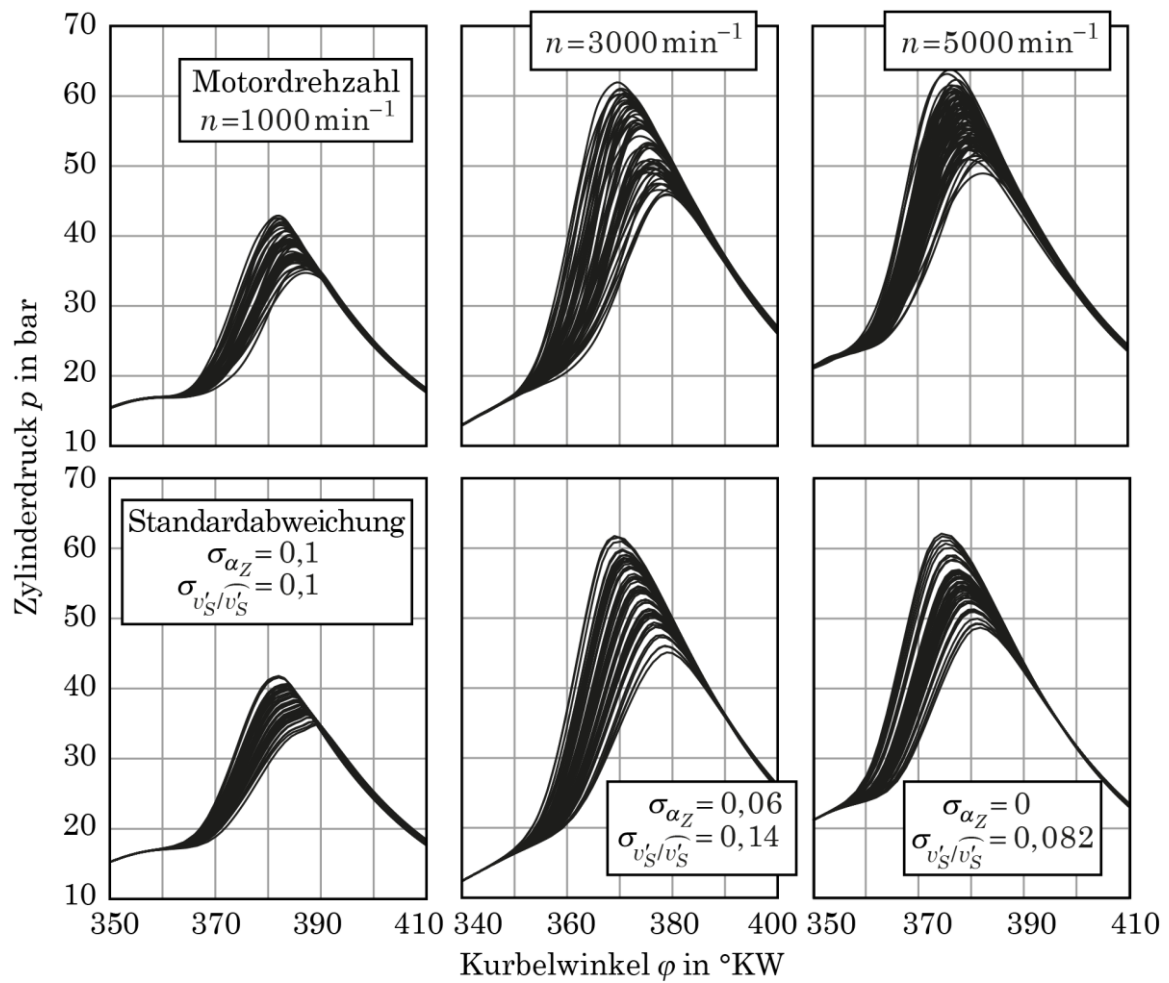


Bild 4.3: Gemessene (oben) und berechnete Zyklusvariationen (Vierventilmotor, hohe Last)

Bei der vorstehend skizzierten Parameteranpassung wurde in einem bestimmten Motorbetriebspunkt stets der im Rahmen der Zyklusvariationen *mittlere* Zylinderdruckverlauf (vergl. **Kap. 2**) verwendet. In Bezug auf das Verbrennungsmodell ist der mittlere Druckverlauf dadurch definiert, dass die beiden Zufallsgrößen $v'_S / \overline{v'_S}$ und α_Z (vergl. Gleichung (2.-3) bzw. Gleichung (3.-8)) gleich Eins sind. Es sind dies die auf ihren Ensemblemittelwert bezogene mittlere Störintensität im Ansaugmedium und ein reiner Zahlenfaktor, dessen Abweichung von Eins die Variation der Geschwindigkeit an der Zündkerze um einen Mittelwert angibt.

Zur Anpassung an gemessene Druckverläufe von aufeinander folgenden Arbeitszyklen müssen beide Zufallsgrößen in geeigneter Weise variiert werden. Hier wurde ein Zufallsgenerator für Gaussabweichungen vom Mittelwert Eins verwendet, wobei die Standardabweichungen σ durch systematisches Probieren so abgestimmt wurden, dass die rechnerische Zufallsfolge einer gemessenen Folge von 50 Druckverläufen hinreichend entsprach¹. Dabei wurden sehr niedrige und sehr hohe Gaussabweichungen ausgeblendet durch die Bedingung $-2,2\sigma_x \leq x \leq 2,2\sigma_x$ für beide Zufallsvariablen. Parallel hierzu war noch der Exponent x_2 in Gleichung (2.-3) zu bestimmen. In **Bild 4.3** ist das Ergebnis der Anpassungsversuche für den Vierventilmotor dargestellt. Aus den gefundenen Standardabweichungen ist zu ersehen, dass der relative Einfluss der Geschwindigkeitsvariationen an der Zündkerze mit zunehmender Drehzahl abnimmt.

¹ Dies heißt nicht, dass die *Reihenfolgen* der gemessenen und der berechneten Druckverläufe annähernd deckungsgleich sind

5 ANHANG

Näherungsverfahren zur Berechnung der Referenzfläche bei turbulenter Flammenausbreitung

Gemäß **Kap. 3.3** ist zur Berechnung der turbulenten Hauptbrennphase zu einer gegebenen Brennraum/Kolben Konfiguration die glattgedachte dimensionslose Referenzfläche

$$\frac{A_{ref}}{V_{II}^{2/3}} = F\left(\frac{V_{II}}{V}, \frac{V}{V_c}\right) \quad (5.-1)$$

zu ermitteln, gegen die die dimensionslose gewinkelte Flammenoberfläche gemessen werden soll. Falls für diese Aufgabe kein CAD Programm zur Verfügung steht, kann man auch auf das im Folgenden beschriebene Näherungsverfahren zurückgreifen.

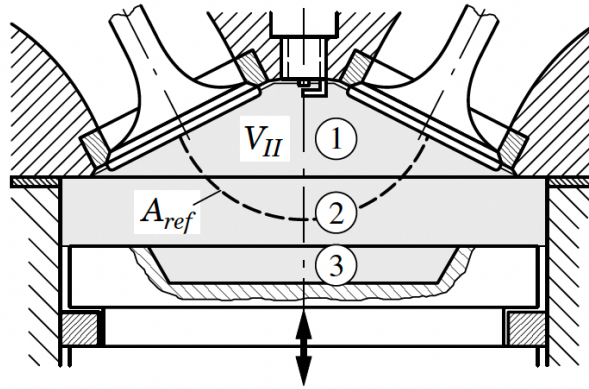


Bild 5.1: Approximation eines Brennraums durch z. B. zwei Kegelstümpfe 1, 3 und einen Zylinder variabler Höhe 2.

Dabei wird, wie in **Bild 5.1** beispielhaft skizziert, ein gegebener Brennraum durch eine Reihe von geeignet zusammengestellten im Allgemeinen gegeneinander versetzten Kegelstümpfen approximiert. Anstelle von Kegelstümpfen kann man, wenn das günstiger erscheint, auch Kugelschichten nehmen. Zur Erfassung des durch die Kolbenbewegung abgedeckten bzw. freigelegten Volumens muss außerdem immer ein Zylinder mit variabler Höhe vorgesehen werden (In **Bild 5.1** ist das der Körper 2). Die erzielbare Güte der Approximation ist natürlich von der jeweiligen Form des Brennraums abhängig.

Da die mit ihrem Mittelpunkt in den Zündort gestellte "Brennkugel" im Allgemeinen zu einem bestimmten Volumen V_{II} mehrere Kegelstümpfe bzw. Kugelschichten und auch den Zylinder variabler Höhe durchdringt, liefert jeder dieser Körper einen Beitrag zur Durchdringungsfläche und zum Durchdringungsvolumen, d.h. es ist

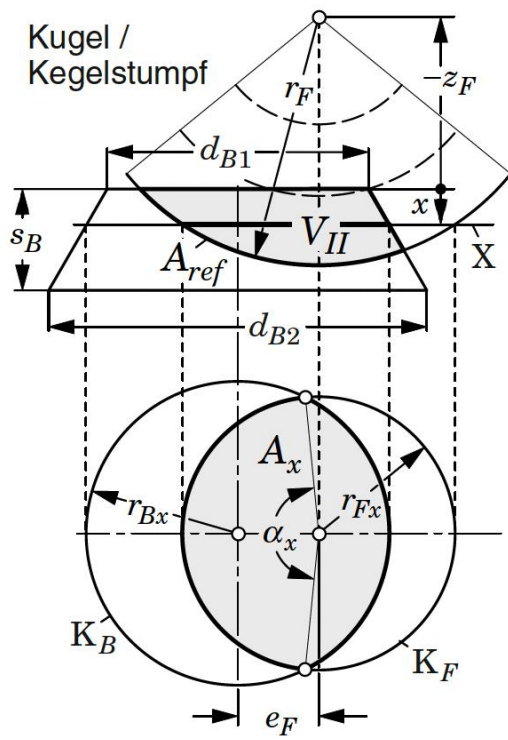
$$A_{ref} = \sum_{i=1}^{n_K} A_{ref,i} \quad \text{und} \quad V_{II} = \sum_{i=1}^{n_K} V_{II,i} \quad (5.-2)$$

Hierin bezeichnet n_K die Anzahl der zur Brennraumapproximation gewählten Körper einschließlich des Zylinders variabler Höhe.

Zur praktischen Durchführung der Berechnung des Zusammenhanges nach Gleichung (5.-1) zu vorgegebenen Werten V und V_{II} ermittelt man zweckmäßigerweise zuerst aus der Volumenbeziehung in Gleichung (5.-2) iterativ den korrespondierenden Radius der Brennkugel und anschließend (mit dem so gefundenen Radius) über die vordere Beziehung in Gleichung (5.-2) die Referenzfläche. Die hierzu auszuführende Berechnung der Flächenbeiträge $A_{ref,i}$ und der Volumenbeiträge $V_{II,i}$ ist für jeden Kegelstumpf bzw. jede Kugelschicht und auch für den Zylinder variabler Höhe, der ja einen speziellen Kegelstumpf darstellt, nach demselben Schema durchzuführen, nur mit jeweils geänderten Geometrieparametern.

In **Bild 5.2** ist diese Berechnung für einen allgemeinen Kegelstumpf i skizziert, wobei aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit auf die Mitführung des Index i verzichtet wurde. Für den Fall der Kugelschicht ist, wie im Bild angegeben, nur eine Gleichung auszutauschen.

Die Funktionsabhängigkeit der in **Bild 5.2** eingeführten Integranden A_x , α_x von den in der Skizze definierten Geometrieparametern r_{Bx} , r_{Fx} , e_F ist in **Tabelle 5.1** angegeben, wobei eine Fallunterscheidung je nach der Größe und der gegenseitigen Lage der Schnittkreise K_B und K_F in der Ebene X vorzunehmen war.



$$A_{ref} = r_F \int_{x_1}^{x_2} \alpha_x dx \quad V_{II} = \int_{x_1}^{x_2} A_x dx$$

$$A_x = f_1(r_{Bx}, r_{Fx}, e_F) \quad \alpha_x = f_2(r_{Bx}, r_{Fx}, e_F)$$

(siehe untenstehende Tabelle)

$$r_{Fx} = \sqrt{r_F^2 - (x - z_F)^2}$$

- Durchdringung Kugel / Kegelstumpf

$$r_{Bx} = \frac{1}{2} d_{B1} + \frac{x}{2 s_B} (d_{B2} - d_{B1})$$

- Durchdringung Kugel / Kugelschicht

$$r_{Bx} = \sqrt{h_{B1}^2 + (d_{B1} / 2)^2 - (h_{B1} - x)^2}$$

$$h_{B1} = s_B / 2 + \left[(d_{B2} / 2)^2 - (d_{B1} / 2)^2 \right] / (2 s_B)$$

Integrationsgrenzen

$$x_1 = \begin{cases} z_F - r_F & \text{für } z_F - r_F \geq 0 \\ 0 & \text{für } z_F - r_F < 0 \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} r_F + z_F & \text{für } r_F + z_F \leq s_B \\ s_B & \text{für } r_F + z_F > s_B \end{cases}$$

Bild 5.2: Zur approximativen Berechnung der Referenzfläche A_{ref} und des Volumens V_{II} hinter der Brennkugel.

$r_{Fx} \leq r_{Bx} - e_F$	$A_x = r_{Fx}^2 \pi \quad \alpha_x = 2\pi$
$r_{Fx} \leq -(r_{Bx} - e_F)$	$A_x = 0 \quad \alpha_x = 0$
$r_{Fx} \geq r_{Bx} + e_F$	$A_x = r_{Bx}^2 \pi \quad \alpha_x = 0$
sonst	$A_x = \frac{1}{2} r_{Fx}^2 (2\varphi_{Fx} - \sin 2\varphi_{Fx}) + \frac{1}{2} r_{Bx}^2 (2\varphi_{Bx} - \sin 2\varphi_{Bx})$ $\alpha_x = 2 \varphi_{Fx}$ $\varphi_{Fx} = \arccos \frac{r_{Fx}^2 + e_F^2 - r_{Bx}^2}{2 r_{Fx} e_F} \quad \varphi_{Bx} = \arccos \frac{r_{Bx}^2 + e_F^2 - r_{Fx}^2}{2 r_{Bx} e_F}$

Tabelle 5.1: Funktionsabhängigkeiten der Größen A_x , α_x von den Geometrieparametern r_{Bx} , r_{Fx} , e_F .